

Kesikli Karıştırma Durumunda MVDR ve Capon Yöntemlerinin Geliş Açısı Kestirim Performansının İncelenmesi

Study of Angle of Arrival Estimation Performance of MVDR and Capon Methods Under Intermittent Interference

Şafak BİLGİ AKDEMİR
TÜBİTAK BİLGEM İLTAREN
Ankara, Türkiye
safak.akdemir@tubitak.gov.tr

Çağatay CANDAN
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Ankara, Türkiye
ccandan@metu.edu.tr

Özetçe—Bu bildiri MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) ve Capon spektrumlarından açı kestirimi yapılarak kesikli karıştırma durumunda hedef açısı kestirimini başarımla incelenmiştir. MVDR ve Capon yöntemleri yakın ilişkili yöntemler olmakla beraber hedef açısı kestiriminde özellikle hedef ve karıştırıcı açıları yakın olduğu durumda farklı sonuçlar vermektedir. Ayrıca her iki yöntem de kesikli karıştırma işaretinin bulunma olasılığından az etkilenmektedir.

Anahtar Kelimeler—Geliş açısı kestirimi, kesikli karıştırma, huzme şekillendirme, MVDR, Capon, MUSIC

Abstract—In this paper, performance of target angle estimation under intermittent interference is studied by doing angle estimation from MVDR and Capon spectrums. Although MVDR and Capon are closely related methods, they give different results in target angle estimation especially when the target and jammer are close to each other. Also, both methods are less affected from the probability of presence of jamming signal.

Keywords—Angle of arrival estimation, intermittent jamming, beamforming, MVDR, Capon, MUSIC

I. GİRİŞ

Literatürdeki yön bulma yöntemleri genelde alıcıya ulaşan işaretlerde sadece ilgilenilen kaynağa ait işaretlerin ve gürültünün bulunduğunu veya algılanan işaretin istatistiksel özelliklerinin zaman içinde değişmediğini varsayar. Fakat algılanan işaretlerde ayrıca bastırılmak istenen farklı bir girişim kaynağına ait işaretler bulunabilir veya bundan daha kötüsü bu girişim kaynaklarının ne zaman yayın yapıp ne zaman yayını durdurduğunu bilinmeyebilir.

Örneğin frekans atlamalı yayılı spektrum kipleme kullanan iletişim sistemleri [1] ve [2]'de anlatıldığı gibi bu durumla karşılaşabilir. Aralıklı girişimin nedeni rastgele zamanlarda açılıp kapanan ve iletişim sisteminin tüm çalışma bandını kaplayan bir karıştırıcı olabilir. Ortamda sürekli yayın yapan dar

bantlı bir karıştırıcı varsa karıştırıcının yayın yaptığı anlık bant ile iletişim sisteminin çalışma bandı zaman zaman keşir. Bu durum da iletişim sisteminde bir önce anlatılan örneğe benzer şekilde aralıklı girişime neden olur.

İletişim sistemlerine benzer şekilde radar sistemleri de elektronik korunma tedbirlerinden biri olarak frekans atlamalı moda çalışabilir [3]. Bu moda çalışan bir radar dar bantlı bir karıştırıcının işaretini zaman zaman algılar. Bazı durumlarda ortamda farklı frekanslarda çalışan radarlar varken bir karıştırıcı sistemi “Süpürmeli Gürültü” karıştırma (Swept Noise Jamming) tekniğini kullanarak tüm radarları birden karıştırmaya çalışabilir [4]. Bu teknik dar bantlı bir gürültü işaretinin merkez frekansının büyük bir frekans bandı içerisinde kaydırılmasına dayanır. Bu nedenle karıştırıcı, herhangi bir radarın taşıyıcı frekansında toplam teknik süresinin belli bir bölümünde bulunur.

Huzme şekillendirme yöntemleri genelde En Düşük Değişinti Bozulmasız Cevap (Minimum Variance Distortionless Response - MVDR) [5] ve Capon yöntemlerine dayanır [6], [7]. MVDR katsayılarının hesaplanabilmesi için girişim ve gürültü işaretlerinin gerçek özilinti matrisinin bilinmesi gerekir. Capon yönteminde ise filtre katsayıları alıcıya ulaşan işaretin gerçek özilinti matrisi kullanılarak hesaplanır. Bu yöntem En Güç Bozulmasız Cevap [5] (Minimum Power Distortionless Response - MPDR) yöntemi de denmektedir. Bahsedilen öz ilinti matrislerinin bilinmesi pratikte mümkün olmadığından örnek özilinti matrisi (sample covariance matrix) kullanılarak da filtre katsayıları bulunabilir. Literatürde bu yöntem de Capon ismiyle anılmaktadır. Huzme şekillendirme ile yön bulma yöntemleri incelendiğinde ise Capon ve MVDR isimlerinin birbirinin yerine kullanıldığı ve iki durumda da açığa bağlı güç örüntüsünün kestirilmesi için örnek özilinti matrisinin kullanıldığı görülmektedir [8].

Bu makalede MVDR ve Capon huzme şekillendiricilerinin yön bulma performansları kesikli bir karıştırma işaretinin varlığı altında incelenmiştir. Ayrıca MVDR yön bulucunun istenmeyen işaret açılarında nasıl davrandığı analitik olarak incelenmiştir. Bu amaçla Bölüm 2’de kullanılan işaret modeli tanımlanmakta ve MVDR ve Capon yöntemleri bu makalede kullanıldığı şekilde tanımlanmaktadır. Bölüm 3’te yön kestiricilerin performanslarının karşılaştırılması sağlayan benzetim sonuçları sunulmuştur. Bölüm 4’te ise sonuçlar değerlendirilmektedir.

II. İŞARET MODELİ VE ALGORİTMALAR

N elemanlı, düzgün dağılımlı ve aralarındaki uzaklık d kadar olan doğrusal bir anten dizisi çıkışından elde edilmiş aşağıdaki şekilde modellenen L adet gözlem vektörümüz olduğunu varsayalım:

$$\mathbf{y}_i = \gamma_{s,i} \mathbf{a}(\theta_s) + I_i \gamma_{j,i} \mathbf{a}(\theta_j) + \mathbf{n}_i, \quad i = \{1, \dots, L\} \quad (1)$$

Denklem (1)’de θ_s ilgilenilen sinyal kaynağının (Signal Of Interest - SOI) yönünü, θ_j ortamda bulunan ve sisteme girişim yapan karıştırıcının yönünü, \mathbf{n}_i gürültü vektörünü, $\gamma_{s,i}$ ve $\gamma_{j,i}$ sırasıyla SOI ve karıştırıcı işaretlerinin temel banttaki değerini, $\mathbf{a}(\theta) = \left[1 \quad e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta)} \quad \dots \quad e^{-j\frac{2\pi(N-1)d}{\lambda} \sin(\theta)} \right]$ dizi yönlendirme vektörünü göstermektedir. I_i ortamda bulunan bir karıştırıcının varlığını belirten gösterge değişkenidir ve örnekten örneğe bağımsız kabul edilmektedir. Bu değişkenin 1 olması alınan işarete karıştırıcı işareti varlığını gösterirken, 0 olması karıştırıcı işaretinin yokluğu anlamına gelmektedir. Alınan işarete karıştırıcı işareti olma olasılığı $P(I_i = 1) = \alpha_1$ ve olmama olasılığı $P(I_i = 0) = \alpha_0$ ile gösterilmektedir. İşaret modelinde ayrıca aşağıdaki kabullenmeler yapılmıştır.

- $\gamma_{s,i} = \sigma_s e^{j\phi}$ örnekten örneğe değişmektedir ve faz değeri, ϕ , $[0, 2\pi)$ aralığında düzgün dağılıma sahiptir.
- θ_j bilinmektedir.
- \mathbf{n}_i , $\mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$ dağılımına sahiptir.
- $\gamma_{j,i}$, $\mathcal{CN}(0, \sigma_j^2)$ dağılımına sahiptir.

Yukarıda özetlenen işaret modeli için alıcı çıkışındaki işaretin öz ilinti matrisi $\mathbf{R}_y = \sigma_s^2 \mathbf{a}_s \mathbf{a}_s^H + \alpha_1 \sigma_j^2 \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^H + \mathbf{I}$ şeklinde, karıştırıcı ve gürültüden oluşan girişimin öz ilinti matrisi ise $\mathbf{R}_e = \alpha_1 \sigma_j^2 \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^H + \mathbf{I}$ şeklinde yazılabilir. Burada \mathbf{a}_s ve \mathbf{a}_j , sırasıyla $\mathbf{a}(\theta_s)$ ve $\mathbf{a}(\theta_j)$ ’in kısa yoldan gösterimleridir.

Gürültü değışinti değeri birim değeri yani 1 olarak kabul edildiği için işaret gücünün gürültü gücüne oranı (Signal to Noise Ratio - SNR) σ_s^2 , karıştırıcı gücünün gürültü gücüne oranı (Jammer to Noise Ratio - JNR) ise σ_j^2 olmaktadır. Kesikli karıştırma varlığında ortalama JNR değeri ise $\alpha_1 \sigma_j^2$ olarak düşünülebilir.

A. MVDR Huzme Şekillendirici

MVDR huzme şekillendirici, huzmenin oluşturulduğu yön dışından gelen işaretlerle, alıcı gürültüsünün gücünü minimize ederken huzmenin oluşturulduğu yöndeki işareti değiştirmeden geçirmektedir. Bu yaklaşımın matematiksel ifadesi aşağıdaki şekildedir.

$$\arg \min_{\mathbf{h}} \mathbf{h}^H \mathbf{R}_e \mathbf{h} \quad \text{öyle ki} \quad \mathbf{h}^H \mathbf{a}_s = 1 \quad (2)$$

Yukarıdaki en iyileme problemi Lagrange çarpanları yöntemi ile çözüldüğünde MVDR uzamsal filtre katsayıları aşağıdaki şekilde bulunmaktadır.

$$\mathbf{h}_{mvdr} = \frac{\mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s}{\mathbf{a}_s^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s} \quad (3)$$

MVDR huzme şekillendirici SOI açısının bilindiğini varsaymakta ve filtre katsayıları bilinen bu açı değeri göre hesaplanmaktadır. MVDR yöntemi yön bulma amacıyla kullanıldığında filtre katsayıları belirli aralıklarla farklı açı değeri için hesaplanmakta ve huzme şekillendirici çıkışındaki gücün en yüksek olduğu açı SOI açısı olarak belirlenmektedir. MVDR yön bulma algoritması matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\hat{\theta}_s = \arg \max_{\theta} \hat{P}(\theta) = \arg \max_{\theta} \mathbf{h}_{\theta}^H \hat{\mathbf{R}}_y \mathbf{h}_{\theta} \quad (4)$$

Burada, $\hat{\mathbf{R}}_y = 1/L \sum_{i=1}^L \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H$ şeklinde hesaplanan örnek öz ilinti matrisini, \mathbf{h}_{θ} , her açı değeri için hesaplanan MVDR filtre katsayılarını göstermektedir, $\hat{\theta}_s$ kestirilen açı değeri, $\hat{P}(\theta)$ ise açığa bağlı güç spektrumu kestirimini göstermektedir.

Elimizde sonsuz sayıda örnek olduğunda, (4)’te verilen yön bulucunun $\hat{\theta}_s = \arg \max_{\theta} P(\theta) = \arg \max_{\theta} \mathbf{h}_{\theta}^H \mathbf{R}_y \mathbf{h}_{\theta}$ şeklinde ifade edilebileceği açıktır. $P(\theta)$ ’nin açık hali aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$P(\theta) = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s|^2}{(\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_{\theta})^2} + \frac{1}{\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_{\theta}} \quad (5)$$

$P(\theta)$ ’nin terimlerin yapısına daha yakından bakılacak olursa, ikinci terimin paydasının aşağıdaki şekilde yazılabileceği görülür.

$$\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_{\theta} = N - \frac{\alpha_1 \sigma_j^2}{1 + N \alpha_1 \sigma_j^2} |\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_{\theta}|^2 \quad (6)$$

Karıştırıcı gücünün çok büyük olduğu durumda $\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_{\theta} \approx N - |\mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_{\theta}|^2 / N$ olacağı görülmektedir. Açığa bağlı güç spektrumunun birinci teriminin payına bakıldığında aşağıdaki ifadenin elde edildiği görülür.

$$|\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s|^2 = \left| \mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{a}_s - \frac{\alpha_1 \sigma_j^2}{1 + N \alpha_1 \sigma_j^2} \mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_s \right|^2 \quad (7)$$

Karıştırıcı gücünün çok yüksek olduğu kabul edilirse ve $K_{sj} = \alpha_s^H \mathbf{a}_j$ şeklinde tanımlanırsa (7) aşağıdaki şekle dönüşür.

$$|\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s|^2 = |\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{a}_s|^2 + \frac{1}{N^2} |K_{sj}|^2 |\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{a}_j|^2 - \frac{2}{N} \text{Re}\{K_{sj} \mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{a}_s \mathbf{a}_j^H \mathbf{a}_{\theta}\} \quad (8)$$

Durum 1: Huzme şekillendirici açısı hedef açısına eşit olduğunda açığa bağlı güç spektrumunun aşağıdaki şekle dönüştüğü görülür.

$$P(\theta)|_{\theta=\theta_s} = \sigma_s^2 + \frac{1}{N - \frac{1}{N} |K_{sj}|^2} \quad (9)$$

SOI ve karıştırıcı dizi yönlendirme vektörlerinin hemen hemen birbirine dik kabul edildiği durumda ($K_{sj} \approx 0$), $P(\theta_s) = \sigma_s^2 + 1/N$ olur.

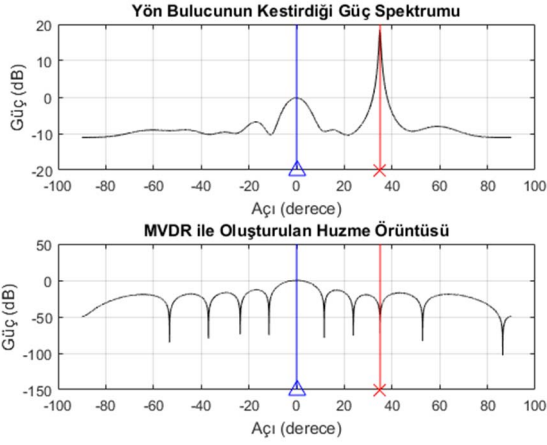
Durum 2: Huzme şekillendirici açısı karıştırıcı açısına eşitse

$$|\mathbf{a}_j^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_s|^2 = |K_{sj}|^2 - \frac{2}{N} N |K_{sj}|^2 + \frac{1}{N^2} |K_{sj}|^2 N^2 = 0 \quad (10)$$

olacağından, güç spektrumunun karıştırıcı açısındaki değeri en düşük olacaktır.

$$P(\theta)|_{\theta=\theta_j} = \frac{1}{\mathbf{a}_j^H \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{a}_j} = \frac{1 + N\alpha_1\sigma_j^2}{N} = \alpha_1\sigma_j^2 + \frac{1}{N} > 0 \quad (11)$$

MVDR ile oluşturulan huzme örüntüsünde karıştırıcıların bulunduğu açılarda derin sıfırların (null) oluştuğu düşünüldüğünde, yön bulma için oluşturulan güç spektrumunda karıştırıcının olduğu açılarda tepelerle (peak) karşılaşılması ilginçtir. Bu tepelere (5)'in ikinci terimi neden olmakta ve tepeler MVDR huzme şekillendirici çıkışında SOI işaretinin bozulmadan çıkmasını sağlayan normalleştirme kısıtından kaynaklanmaktadır. Şekil 1'de 0° 'de bulunan ve 0 dB gücüne sahip SOI ile 35° 'de bulunan ve 20 dB gücüne sahip karıştırıcının olduğu durumda yön bulucunun kestirdiği güç spektrumu ile MVDR ile oluşturulan huzme oruntusu sunulmaktadır. Güç spektrumunun kestirilmesi için kullanılan 20 işaret örneğinde karıştırıcı bileşeninin bulunması olasılığının 0.5 olduğu varsayılmış, MVDR katsayılarının hesaplanmasında girişim ve gürültü işaretlerinin gerçek özilinti matrisi kullanılmıştır.



Şekil 1. MVDR Huzme Örüntüsü ile Güç Spektrumu Karşılaştırılması

B. Capon Huzme Şekillendirici ve MUSIC Algoritması

Capon huzme şekillendirici, alıcı çıkışındaki toplam gücü minimize ederken huzmenin oluşturulduğu yöndeki işareti değiştirmeden geçirmektedir. Bu yaklaşımın matematiksel ifadesi aşağıdaki şekildedir.

$$\arg \min_{\mathbf{h}} \mathbf{h}^H \mathbf{R}_y \mathbf{h} \quad \text{öyle ki} \quad \mathbf{h}^H \mathbf{a}_s = 1 \quad (12)$$

Capon filtre katsayıları Lagrange çarpanları yöntemi ile aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\mathbf{h}_{\text{capon}} = \frac{\mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}_s}{\mathbf{a}_s^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}_s} \quad (13)$$

Capon yön bulma algoritması matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\hat{\theta}_s = \arg \max_{\theta} P(\theta) = \arg \max_{\theta} \frac{1}{\mathbf{a}_{\theta}^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{a}_{\theta}} \quad (14)$$

Bu yaklaşım alıcıdan elde edilmiş sınırlı sayıda vektöre uygulandığında yön kestiricide gerçek özilinti matrisi yerine kestirimi de kullanılabilir.

MUSIC algoritması ise aşağıda tanımlandığı şekilde $f(\theta)$ fonksiyonunun maksimize edilmesine dayanır.

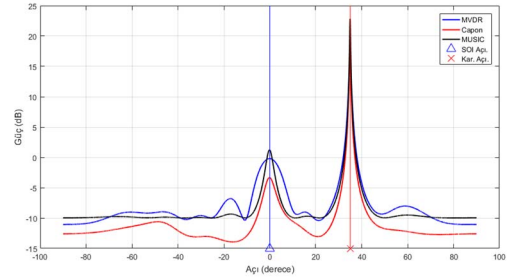
$$\hat{\theta}_s = \arg \max_{\theta} f(\theta) = \arg \max_{\theta} \frac{1}{\mathbf{a}_{\theta}^H \hat{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{G}}^H \mathbf{a}_{\theta}} \quad (15)$$

Burada $\hat{\mathbf{G}}$ matrisi L adet gözlem vektöründen elde edilen örnek özilinti matrisinin gürültü alt uzayına ait öz vektörlerdir.

III. BENZETİM SONUÇLARI

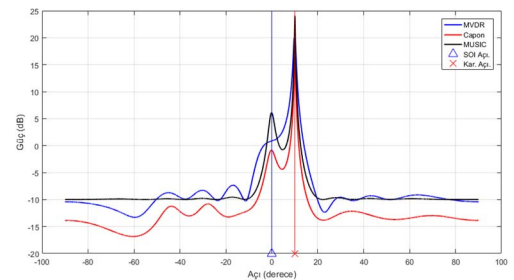
Benzetimler için elamanları arasındaki mesafe $\lambda/2$ olan 10 elemanlı bir anten dizisi kullanılmıştır. Ayrıca huzme şekillendiricilerin performansları MUSIC algoritması ile de karşılaştırılmıştır. MVDR yöntemi için JNR ve α_1 'in bilindiği varsayılarak, gerçek \mathbf{R}_e matrisi kullanılmıştır. JNR değeri 20 dB kabul edilmiştir. Capon ve MUSIC algoritmaları için ise 20 örnekten kestirilen örnek öz ilinti matrisi kullanılmıştır. Hesaplamalarda güç spektrumları kestirildikten sonra spektrumların yerel tepe noktaları listelenmiştir. Tüm yöntemler için karıştırıcı açısının bilindiği kabul edildiğinden $[\theta_j - 3, \theta_j + 3]$ açı aralığındaki yerel tepe noktaları listeden çıkarılmış geri kalan tepe noktaları arasında en yüksek genliğe sahip noktaya karşılık gelen açı değeri SOI açısı olarak kabul edilmiştir.

Açı ve güç değerleri sırasıyla $[0^\circ, 0 \text{ dB}]$ ve $[35^\circ, 20 \text{ dB}]$ olan SOI ile karıştırıcının bulunduğu ve α_1 'in 0.5 olduğu durumda MVDR, Capon ve MUSIC spektrumları Şekil 2'de sunulmaktadır.



Şekil 2. MVDR, Capon ve MUSIC Güç Spektrumlarının Karşılaştırılması - 1

SOI ve karıştırıcı arasındaki açısal mesafe 10° 'ye indirildiğinde elde edilen spektrumlar Şekil 3'te sunulmaktadır.

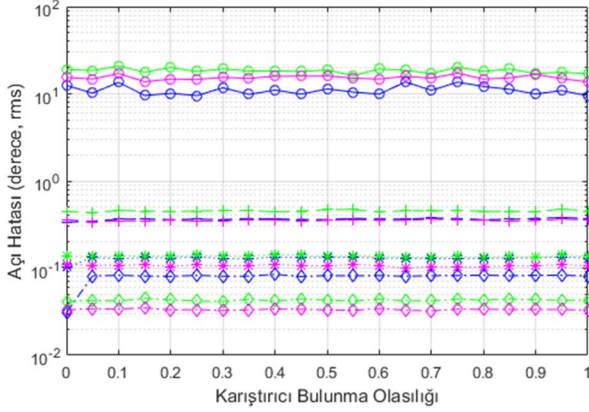


Şekil 3. MVDR, Capon ve MUSIC Güç Spektrumlarının Karşılaştırılması - 2

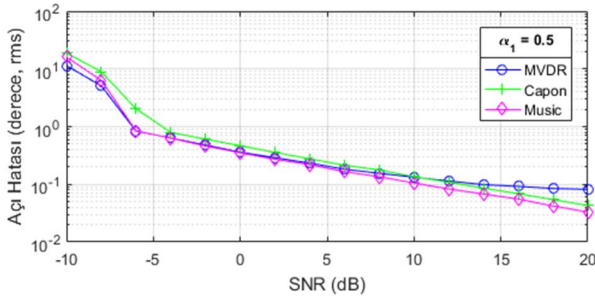
Şekil 3 incelendiğinde, gerçek \mathbf{R}_e kullanılmasına rağmen MVDR'in SOI ve karıştırıcıyı ayırtmadığı, ancak Capon ve MUSIC ile iki işaret açısının ayrıştırılabildiği görülmektedir.

Algoritmaların performansları Monte Carlo benzetimleri yoluyla farklı α_1 ve SNR değerlerinde karşılaştırılmıştır. Her benzetim için 20 örnek vektör kullanılmış ve benzetim 1000

defa koşturularak sonuçların ortalaması alınmıştır. Şekil 4. a. ve Şekil 5. a.'da SOI ve karıştırıcı arasındaki açısal mesafe sırasıyla 35° ve 10° iken karıştırıcı bulunma olasılığına göre açı kestirim hatası grafikleri sunulmaktadır. Grafiklerde yeşil, mor ve mavi çizgiler sırasıyla Capon, MUSIC ve MVDR yöntemlerini yuvarlak, artı, yıldız ve kare sembolleri sırasıyla -10 dB, 0 dB, 10 dB ve 20 dB SNR'daki benzetim sonuçlarını göstermektedir. Şekil 4. b. ve Şekil 5. b.'de SOI ve karıştırıcı arasındaki açısal mesafe sırasıyla 35° ve 10° iken SNR'a göre açı kestirim hatası grafikleri sunulmaktadır.



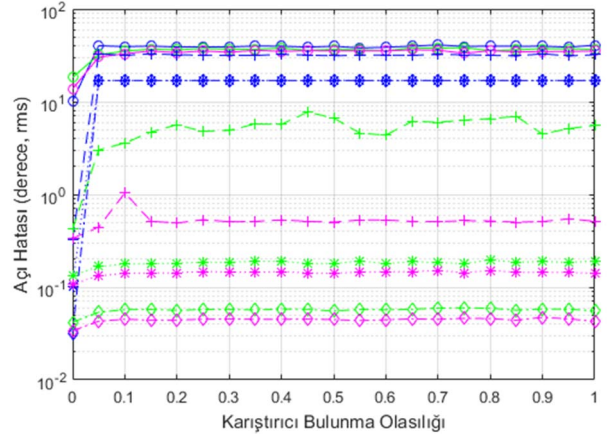
Şekil 4.a. Karıştırıcı Bulunma Olasılığına Bağlı Açı Hatası - 1



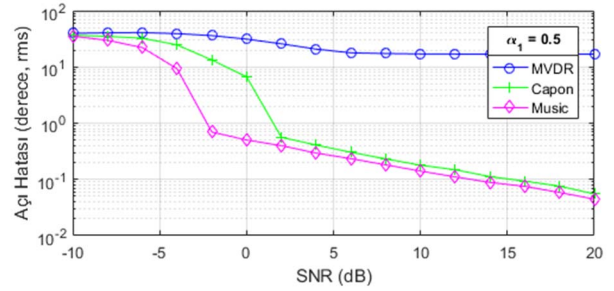
Şekil 4.b. SNR'a Bağlı Açı Hatası - 1

Şekil 4.a.'da SOI açısı kestirim hatasının α_1 'e bağlı olarak değişmediği görülmektedir. Bu durum [9]'da verilen Cramer-Rao sınırı (Cramer-Rao Bound - CRB) ifadeleriyle ilişkili olarak değerlendirilebilir. SNR değeri arttıkça MUSIC'in performansının MVDR'in performansına göre daha çok arttığı görülmektedir. Bu durum Şekil 4.b.'den daha net olarak anlaşılmaktadır.

Şekil 5.a. incelendiğinde, SOI ve karıştırıcının birbirine çok yakın olduğu durumda da açı kestirim hatasının α_1 'e bağlı olarak değişmediği görülmektedir. MVDR SOI ve karıştırıcıyı birbirinden ayıramadığından yüksek kestirim hataları yapmıştır. Hedefi ayırtılamama durumu Şekil 3'te verilen spektrumlardan da görülebilir.



Şekil 5.a. Karıştırıcı Bulunma Olasılığına Bağlı Açı Hatası - 2



Şekil 5.b. SNR'a Bağlı Açı Hatası - 2

IV. SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Bu bildiriye kesikli karıştırma durumunda MVDR ve Capon spektrumlarından açı kestirimi yapılarak hedef açısı kestiriminin başarımı incelenmiştir. Özellikle hedefin karıştırıcıya yakın olduğu senaryolarda MVDR hedef-karıştırıcı ayırımı başarıyla gerçekleştirememektedir. Ayrıca, yön bulma performanslarının SNR'a bağlı olarak arttığı, algılanan işaretlerde karıştırıcı bulunma olasılığının SOI açı kestirimine önemli bir etkisi olmadığı gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] R. Poisel, "Modern Communication Jamming Principles and Techniques", Artech House, 2011.
- [2] E. Tuncer, B. Friedlander, "Classical and Modern Direction of Arrival Estimation", Elsevier, 2009.
- [3] L. B. Van Brunt, "Applied ECM Volume 2", EW Engineering, Inc., 1982.
- [4] L. B. Van Brunt, "Applied ECM Volume 1", EW Engineering, Inc., 1985.
- [5] H.L. Van Trees, "Optimum Array Processing", Wiley Interscience, 2002.
- [6] P. Stoica, R. Moses, "Spectral Estimation of Signals", Prentice-Hall, 2005.
- [7] J. Capon, "High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis", *Proc. IEEE*, v.57, pp. 1408-1418, 1969.
- [8] S. V. Schell, W.A. Gardner, "High Resolution Direction Finding", *Handbook of Statistics*, Vol. 10, pp. 755-817, 1993.
- [9] O. Besson, P. Stoica, "Direction Finding in the Presence of an Intermittent Interference", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 50, No.7, pp. 1554-1564, July 2002.